



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

Str. Dr. Liviu Gabor nr. 1, 300004, Timișoara,
Tel +40 (0)256 305799, Fax2mail +40 (0)371 627683

registratura@isjtm.ro, www.isj.tm.edu.ro

Operator de date cu caracter personal nr.18818



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII

Inspectoratul Școlar Județean Timiș

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Timiș
5.02.2026

Clasa a VII-a
Barem de corectare și notare

(10p) 1. a.) Fie șirul de numere reale: $\sqrt{12}; \sqrt{45}; \sqrt{78}; \dots; \sqrt{20262027}; \dots$. Al câtelea termen din șir este numărul $\sqrt{20262027}$? Justificați răspunsul dat!

(10p) b.) Să se determine numerele întregi m și n astfel încât:

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{5} - \sqrt{5}(2 - \sqrt{5})} = m + n\sqrt{5}.$$

Soluție: a.) Deduce regula de scriere a șirului

5p

Identifică poziția numărului $\sqrt{20262027}$, ca fiind egală cu $2028:3 = 676$

5p

b.) $\sqrt{4 - 2\sqrt{5} - \sqrt{5}(2 - \sqrt{5})} = \sqrt{2(2 - \sqrt{5}) - \sqrt{5}(2 - \sqrt{5})} = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}|$

5p

$$\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2 \Rightarrow |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$$

2p

Cum $\sqrt{4 - 2\sqrt{5} - \sqrt{5}(2 - \sqrt{5})} = m + n\sqrt{5} \Leftrightarrow -2 + \sqrt{5} = m + n\sqrt{5}$ și $m, n \in \mathbb{Z}$, atunci

3p

$$m = -2, n = 1$$

(15p) 2. a.) Fie numărul $N = \sqrt{\frac{1}{1^2 \cdot 2} - \frac{1}{1 \cdot 2^2}} + \sqrt{\frac{1}{2^2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 3^2}} + \dots + \sqrt{\frac{1}{2025^2 \cdot 2026} - \frac{1}{2025 \cdot 2026^2}}$.

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 = 2026 \cdot N$.

(15p) b.) Fie numerele:

$$a = 2026^{-1} + 2025^{-1} + \dots + 5^{-1} + 4^{-1} \text{ și } b = \frac{1}{1 + 2025^{-1}} + \frac{1}{1 + 2024^{-1}} + \dots + \frac{1}{1 + 4^{-1}} + \frac{1}{1 + 3^{-1}}.$$

Determinați partea întreagă a numărului $\sqrt{a+b}$.

Soluție: a.) Calculează fiecare termen al sumei astfel



$$\sqrt{\frac{1}{n^2(n+1)} - \frac{1}{n(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{(n+1)-n}{n^2(n+1)^2}} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \text{ pentru orice } n \in \mathbb{N}^*,$$

$$\text{și obține că } N = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2025 \cdot 2026} \quad 5p$$

$$N = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}\right) = 1 - \frac{1}{2026} = \frac{2025}{2026} \quad 5p$$

$$x^2 = 2026 \cdot N \Leftrightarrow x^2 = 2025 \quad 3p$$

$$\text{Mulțimea soluțiilor ecuației este } S = \{-45; 45\} \quad 2p$$

$$\text{b.) } a = \frac{1}{2026} + \frac{1}{2025} + \frac{1}{2024} + \dots + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \quad 2p$$

$$b = \frac{2025}{2026} + \frac{2024}{2025} + \frac{2023}{2024} + \dots + \frac{5}{6} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} \quad 3p$$

$$\text{Observă că ambele sume au } 2026 - 4 + 1 = 2025 - 3 + 1 = 2023 \text{ termeni} \quad 2p$$

Efectuând suma $a + b$ termen cu termen obține

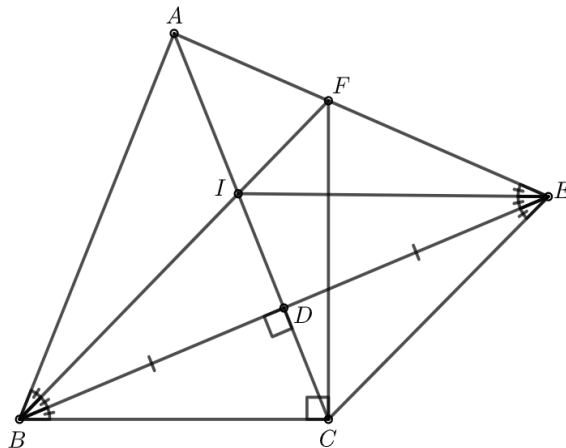
$$a + b = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1}_{2023 \text{ termeni}} = 2023 \quad 5p$$

$$\text{Cum } 44 = \sqrt{1936} < \sqrt{2023} < \sqrt{2025} = 45 \Rightarrow \lceil \sqrt{a+b} \rceil = \lceil \sqrt{2023} \rceil = 44 \quad 3p$$

(20p) 3. În triunghiul ABC , cu $AB = AC$, ducem $BD \perp AC$, $D \in AC$ și notăm cu E simetricul lui B față de D . Bisectoarea unghiului ABE intersectează pe AE în F . Știind că $BF \parallel CE$, demonstrați că $CF \perp BC$.

(Supliment Gazeta Matematică Seria B, Nr. 9/2025)

Soluție:



Identifică AC mediatoarea segmentului BE , deci $\triangle ABE$ și $\triangle BCE$ isoscele 2p

I – centrul cercului înscris în $\triangle ABE$, unde $BF \cap AD = \{I\}$, deci EI – bisect. $\sphericalangle AEB$, 3p

$\sphericalangle ABI \equiv \sphericalangle IBE \equiv \sphericalangle IEB \equiv \sphericalangle AEI$ (jumătăți de unghiuri congruente)

Cum $BI \parallel CE$, BE - secantă $\Rightarrow \sphericalangle IBE \equiv \sphericalangle BEC$ 2p

Demonstrează că BE – bisect. $\sphericalangle CBI$, respectiv că EB – bisect. $\sphericalangle CEI$ 2p

Deduce că $BCEI$ romb, de unde $EI \equiv BC$ (1) 2p

$\triangle ABC \equiv \triangle AEC$ (isoscele) $\Rightarrow \sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle AEC$ 3p

Cum $FI \parallel CE$ și $\sphericalangle AEC \equiv \sphericalangle ACE$, deduce că $CEFI$ trapez isoscel, de unde $FC \equiv EI$ (2)

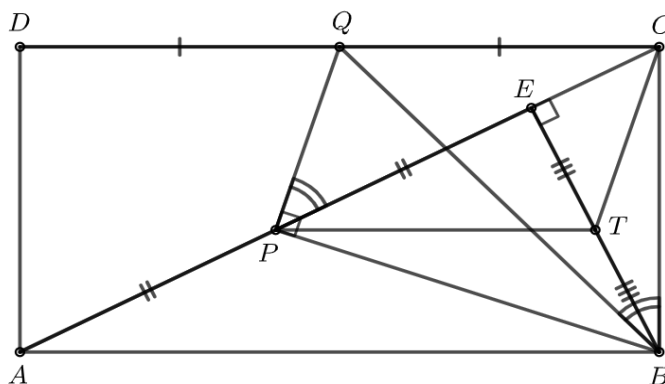
Determină că măsura unghiului $\sphericalangle IBC$ egală cu 45° (3) 4p

Deduce din relațiile (1), (2) și (3) că $\triangle BCF$ dr. isoscel, cu $\sphericalangle BCF = 90^\circ$, deci $BC \perp CF$ 2p

4. Fie $ABCD$ un dreptunghi și Q mijlocul laturii DC . Dacă $BE \perp AC$, unde $E \in AC$, și P este mijlocul segmentului AE , demonștrăți că:

(15p) a.) $BP \perp PQ$.

(5p) b.) $\sphericalangle QPC \equiv \sphericalangle QBC$.



Soluție: a.) Fie punctul T mijlocul segmentului BE .

În $\triangle AEB$, avem că PT este linie mijlocie $\Rightarrow \begin{cases} PT \parallel AB \text{ si cum } AB \parallel CD \Rightarrow PT \parallel QC & 2p \\ PT = \frac{AB}{2} \text{ si cum } QC = \frac{AB}{2} \Rightarrow PT \equiv QC & 2p \end{cases}$

$\Rightarrow$ patrulaterul $QCTP$ este paralelogram $\Rightarrow CT \parallel PQ$ 2p



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

Str. Dr. Liviu Gabor nr. 1, 300004, Timișoara,
Tel +40 (0)256 305799, Fax2mail +40 (0)371 627683

registratura@isjtm.ro, www.isj.tm.edu.ro

Operator de date cu caracter personal nr.18818



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII

$$\text{Dar } \left. \begin{array}{l} PT \parallel AB \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow PT \perp BC \quad \left. \begin{array}{l} EB \perp PC \text{ si cum } EB \cap BT = \{T\} \end{array} \right\} \Rightarrow T \text{ ortocentru în } \triangle PBC, \quad 5p$$

de unde $CT \perp PB$ 2p

Dar $CT \parallel PQ$, deduce că $PQ \perp PB$ 2p

b.) Patrulaterul $QPBC$, cu $\sphericalangle QPB = 90^\circ$ și $\sphericalangle QCB = 90^\circ$, este un patrulater inscriptibil, în care $\sphericalangle QBC \equiv \sphericalangle QPC$ 5p

NOTĂ: Orice altă soluție corectă de rezolvare a fiecărei probleme se va puncta corespunzător.